

Hardverek Villamosságtani Alapjai

Házi feladat

Név:..... Kód

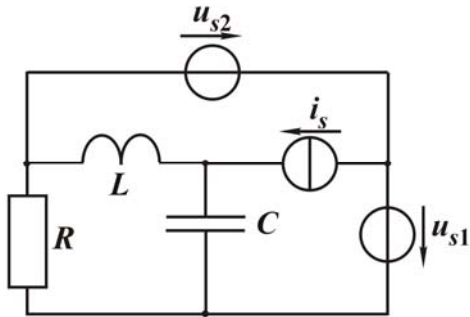
Javító: *Dr. Iványi Miklósné,* Beadási határidő: *14. hét, Péntek, 12 óra.*

Ábraszám:.....xxx.....Adatok sorszáma:.....xxx.....Kijelölt elem:.....xx.....

Megjegyzések: *Mindenkinek le kell töltenie a feladatlapot, a megadott hálózat ábráját, és a feladatlap fejlécét ki kell tölteni. Ha javítás beadása miatt többször adja be a házi feladatot, minden alkalommal az előző részeket is és a feladatlapot is (az ábrával) be kell adni. Javítás esetén a hibás részt nem szabad kicserélni még akkor sem, ha valamelyik pontot előlről kezdi. A javítást külön lapon kell mellékelni, megjelölve, hogy melyik pont korrekciójáról van szó. Ügyeljen az áttekinthető és világos külsőalakra és arra, hogy a teljes megoldást részletesen le kell írni, nem elegendő csak az eredményeket közölni. A numerikus számításokra, és az ábrák elkészítésére természetesen alkalmazhat számítógépi programokat, de a megoldás elvi lépéseit ekkor is részletesen ismertetni kell. Minden feladathoz megoldást kell adni.*

- 1.1. Válassza meg hálózat komponensein az $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek referencia irányát, és jelölje be az ábrába.
- 1.2. A hálózat komponensein az $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek felvett referencia irányainak figyelembe vételével rajzolja fel a hálózat irányított gráfját.
- 1.3. Jelöljön be az irányított gráfhhoz tartozó egy lehetséges normál fát, a faágak alapján jelölje a vágatokat és a kötőélekhez tartozó hurkokat.
- 1.4. A bejelölt vágatok és hurkok alapján írja fel a hálózatra vonatkozó összekapcsolási kényszereket (a Kirchhoff egyenleteket).
- 1.5. A hálózat komponensein bejelölt időben tetszőlegesen változó $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek referencia irányának figyelembe vételével adja meg a komponensek karakterisztikáit (az ellenállás, a tekercs és a kondenzátor $i(t)$ árama és $u(t)$ feszültsége közötti kapcsolatot).
- 2.1. Az ábrán látható hálózatban a feszültségforrás forrásfeszültsége $u_s(t) = \hat{U}_s \cos(\omega t + \varphi_u)$, az áramforrás forrásárama $i_s(t) = \hat{I}_s \cos(\omega t + \varphi_i)$. Adja meg a forrásfeszültség \hat{U}_s és a forrásáram \hat{I}_s komplex csúcserőértékét exponenciális és algebrai alakban is.
- 2.2. Az ábrán látható hálózatban határozza meg külön-külön a hálózat komponenseinek (az R ellenállás, a C kondenzátor és az L indukció együtthatójú tekercs) \bar{Z} komplex impedanciáját algebrai alakban.
- 2.3. A szuperpozíció módszer alkalmazásával határozza meg a kijelölt kétpólus feszültségének \hat{U} és áramának \hat{I} komplex csúcserőértékét exponenciális és algebrai alakban, valamint az áram, és a feszültség valós időfüggvényét. Határozza meg a kétpólus felvett teljesítményét.
- 2.4. Rajzolja fel a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózatra vonatkozó Thevenin helyettesítő kapcsolást, és a hálózat alapján adja meg a paraméterek értékét.
- 2.5. A Thevenin helyettesítő kép felhasználásával határozza meg a kijelölt kétpólus \hat{U} feszültségének \hat{I} és áramának komplex csúcserőértékét, valamint a kétpólus felvett teljesítményét.
- 2.6. Ellenőrizze, hogy a kapott értékek megegyeznek az előző pontban számított értékekkel.
- 2.7. Rajzolja fel a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózatra vonatkozó Norton helyettesítő kapcsolást, és a hálózat alapján adja meg a paraméterek értékét.
- 2.8. A Norton helyettesítő kép felhasználásával határozza meg a kijelölt kétpólus \hat{U} feszültségének és \hat{I} áramának komplex csúcserőértékét, valamint a kétpólus felvett teljesítményét.
- 2.9. A Thevenin és a Norton helyettesítő képek kapcsolata alapján ellenőrizze a két helyettesítő kép helyességét, azaz határozza meg a kapott Thevenin helyettesítő kép Norton, ill. a kapott Norton helyettesítő kép Thevenin megfelelőjét.

A feladat ábrája



A feladat adatai:

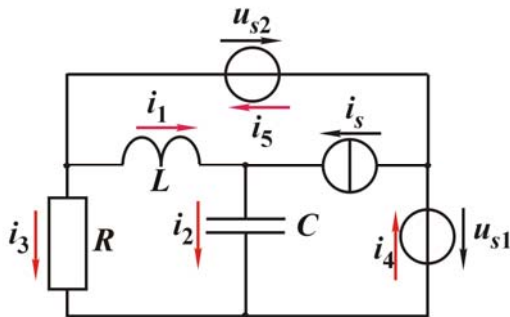
$$u_{s1}(t) = 25 \cos \omega t \text{ V}, \quad u_{s2}(t) = 15 \cos(\omega t + 15^\circ) \text{ V}, \quad i_s(t) = 2 \sin \omega t \text{ mA},$$

$$R = 2 \text{ k}\Omega, \quad L = 30 \text{ mH}, \quad C = 2 \text{ nF}, \quad \omega = 200 \text{ krad/s},$$

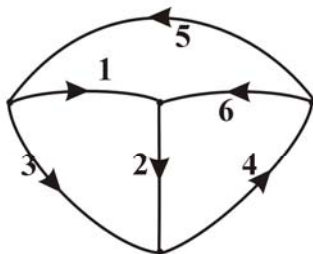
a kijelölt kétpólus: L,

Megoldás

1.1. Válassza meg hálózat komponensein az $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek referencia irányát, és jelölje be az ábrába.

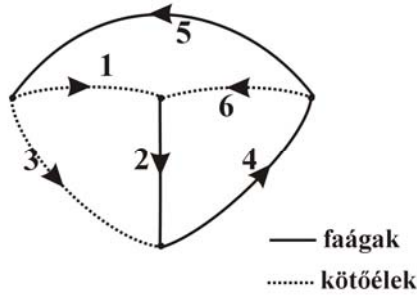


1.2. A hálózat komponensein az $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek felvett referencia irányainak figyelembe vételével rajzolja fel a hálózat irányított gráfját.

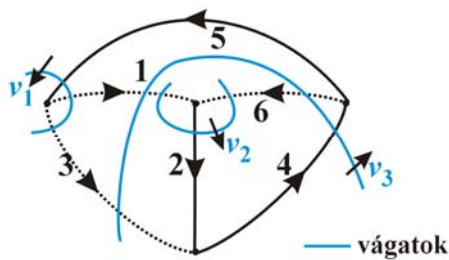


1.3. Jelöljön be az irányított gráfhoz tartozó egy lehetséges normál fát, a faágak alapján jelölje a vágatokat és a kötőélekhez tartozó hurkokat.

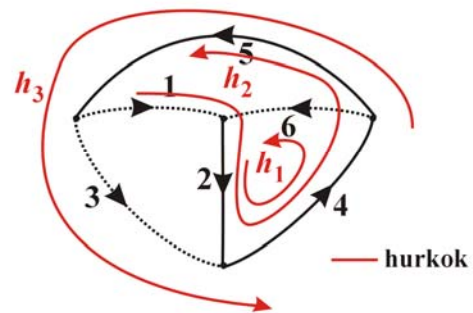
A normál fa



a faágakhoz tartozó vágatok

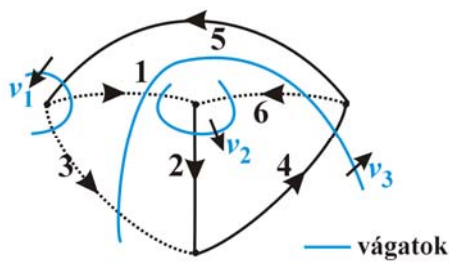


kötőélekhez tartozó hurkok

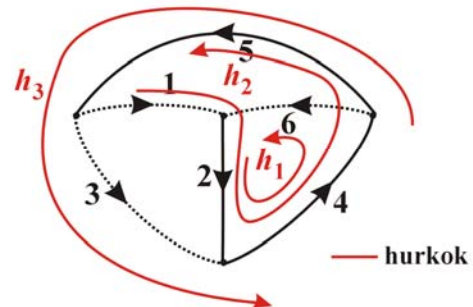


1.4. A bejelölt vágatok és hurkok alapján írja fel a hálózatra vonatkozó összekapcsolási kényszereket (a Kirchhoff egyenleteket).

vágatok és vágat egyenletek



kötőélekhez tartozó hurkok, és hurokegyenletek



$$v_1) \quad i_5 - i_1 - i_3 = 0,$$

$$v_2) \quad i_2 - i_1 - i_5 = 0,$$

$$v_3) \quad i_4 - i_5 - i_1 - i_3 = 0,$$

$$h_1) \quad -u_{i5} + u_2 - u_{s1} = 0,$$

$$h_2) \quad u_1 + u_2 - u_{s1} - u_{s2} = 0,$$

$$h_3) \quad u_3 - u_{s1} - u_{s2} = 0,$$

1.5. A hálózat komponensein bejelölt időben tetszőlegesen változó $i(t)$ áramok és az $u(t)$ feszültségek referencia irányának figyelembe vételével adja meg a komponensek karakterisztikáit (az ellenállás, a tekercs és a kondenzátor $i(t)$ árama és $u(t)$ feszültsége közötti kapcsolatot).

$$u_3(t) = Ri_3(t), \quad u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt}, \quad i_2(t) = C \frac{du_2(t)}{dt},$$

2.1. Az ábrán látható hálózatban a feszültségforrás forrásfeszültsége $u_s(t) = \hat{U}_s \cos(\omega t + \varphi_u)$, az áramforrás forrásárama $i_s(t) = \hat{I}_s \cos(\omega t + \varphi_i)$. Adja meg a forrásfeszültség \hat{U}_s és a forrásáram \hat{I}_s komplex csúcértékét exponenciális és algebrai alakban is.

A feszültségforrások forrásfeszültségének komplex csúcértékei exponenciális és algebrai alakban

$$u_{s1}(t) = 25 \cos \omega t \text{ V} = \operatorname{Re}\{25e^{j\omega t}\} \text{ V}, \rightarrow \underline{\underline{\hat{U}_{s1} = 25 \text{ V}}}$$

$$u_{s2}(t) = 15 \cos(\omega t + 15^\circ) \text{ V} = \operatorname{Re}\{15e^{j(\omega t + 15^\circ)}\} = \operatorname{Re}\{15e^{j15^\circ} e^{j\omega t}\} \text{ V},$$

$$\underline{\underline{\hat{U}_{s2} = 15e^{j15^\circ} \text{ V} = (14,4889 + j3,8823) \text{ V}}}$$

az áramforrás forrásáramának komplex csúcértéke exponenciális és algebrai alakban

$$i_s(t) = 2 \sin \omega t \text{ mA} = \operatorname{Re}\{-j2e^{j\omega t}\} \text{ mA}, \rightarrow \underline{\underline{\hat{I}_s = -j2 = 2e^{-j90^\circ} \text{ mA}}}$$

2.2. Az ábrán látható hálózatban határozza meg külön-külön a hálózat komponenseinek (az R ellenállás, a C kondenzátor és az L indukció együtthatójú tekercs) \bar{Z} komplex impedanciáját algebrai alakban.

$$\text{Az } R \text{ ellenállás komplex impedanciája } \underline{\underline{\bar{Z}_R = R = 2 \text{ k}\Omega = 2 \cdot 10^3 \Omega}},$$

az $L = 30 \text{ mH}$ indukció együtthatójú tekercs komplex impedanciája

$$\underline{\underline{\bar{Z}_L = j\omega L = j\omega \cdot L = j200 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = j6 \cdot 10^3 \Omega = j6 \text{ k}\Omega}},$$

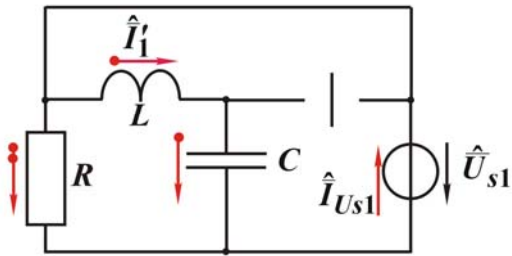
a $C = 2 \text{ nF}$ kapacitású kondenzátor impedanciája

$$\underline{\underline{\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j200 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-9}} = -j2,5 \cdot 10^3 \Omega = -j2,5 \text{ k}\Omega}}.$$

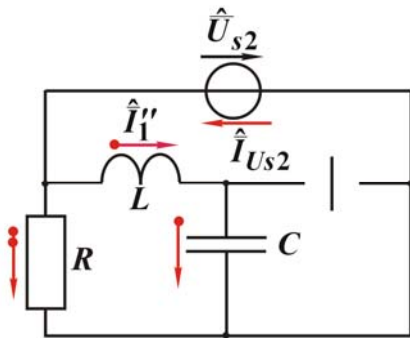
Koherens egységeket alkalmazva: $[U] = \text{V}$, $[I] = \text{mA}$, $[Z] = \text{k}\Omega$.

2.3. A szuperpozíció módszer alkalmazásával határozza meg a kijelölt kétpólus feszültségének \hat{U} és áramának \hat{I} komplex csúcértékét exponenciális és algebrai alakban, valamint az áram, és a feszültség valós időfüggvényét, Határozza meg a kétpólus felvett teljesítményét.

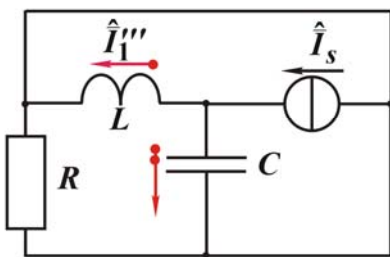
A szuperpozíció módszer alkalmazásával az L tekercs árama, feszültsége és teljesítménye



$$\hat{I}_1' = \frac{\hat{U}_{s1}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{25}{j6 - j2,5} = \frac{25}{j3,5} = -j7,1429 \text{ mA}$$



$$\hat{I}_1'' = \frac{\hat{U}_{s2}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{15e^{j15^\circ}}{j6 - j2,5} = \frac{14,4889 + j3,8823}{j3,5} = (1,1092 - j4,1397) \text{ mA},$$



$$\hat{I}_1''' = \hat{I}_s \frac{1}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = -j2 \frac{-j2,5}{j6 - j2,5} = \frac{-5}{j3,5} = j1,4286 \text{ mA},$$

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_1' + \hat{I}_1'' - \hat{I}_1''' = (1,1092 - j12,7111) \text{ mA} = \underline{\underline{12,7594e^{-j85,0128^\circ} \text{ mA}}},$$

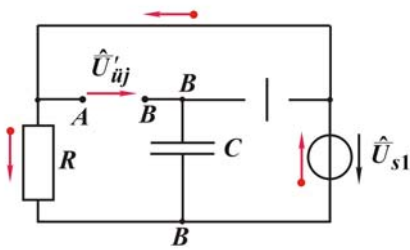
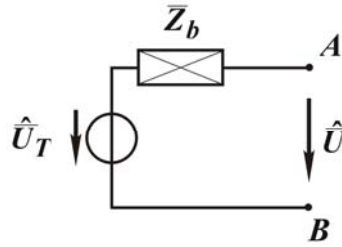
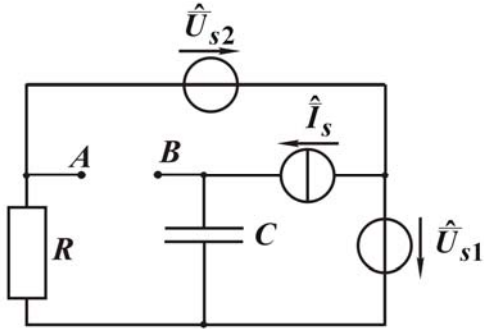
$$\hat{U}_1 = j\omega L \cdot \hat{I}_1 = j6 \cdot 12,7594e^{-j85,0128^\circ} = \underline{\underline{76,5565e^{j4,9872^\circ} \text{ V} = (76,2667 + j6,6553) \text{ V}}},$$

$$\bar{S} = P + jQ = \frac{1}{2} \hat{U}_1 \hat{I}_1^* = \frac{1}{2} \bar{Z}_L \hat{I}_1 \hat{I}_1^* = \frac{1}{2} \bar{Z}_L |\hat{I}_1|^2 = \frac{1}{2} j6 \cdot |12,7594|^2 = \underline{\underline{j488,41 \text{ mVA}}},$$

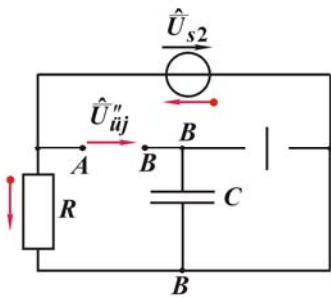
A tekercs meddő teljesítményt vesz fel, $\underline{\underline{Q = 488,41 \text{ mvar}}}$.

2.4. Rajzolja fel a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózatra vonatkozó Thevenin helyettesítő kapcsolást, és a hálózat alapján adja meg a paraméterek értékét.

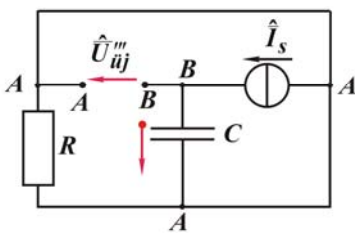
Az L tekercshez csatlakozó hálózat Thevenin helyettesítő kép, és a helyettesítő kép paramétereit



$$\hat{U}'_{ij} = \hat{U}_{s1} = 25 \text{ V},$$

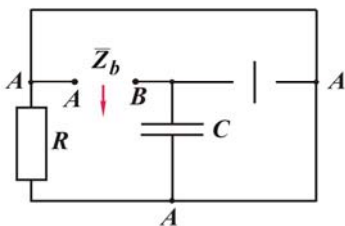


$$\hat{U}''_{ij} = \hat{U}_{s2} = 15e^{j15^\circ} = (14,4889 + j3,8823) \text{ V},$$



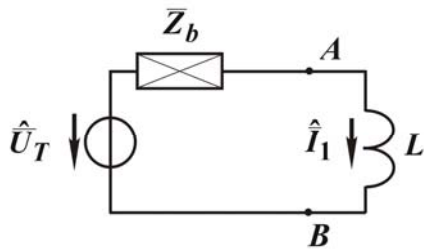
$$\hat{U}'''_{ij} = \hat{I}_s \frac{1}{j\omega C} = -j2 \cdot (-j2,5) = -5 \text{ V},$$

$$\hat{U}_T = \hat{U}_{ij} = \hat{U}'_{ij} + \hat{U}''_{ij} - \hat{U}'''_{ij} = \underline{\underline{(44,4889 + j3,8823) \text{ V} = 44,6580e^{j4,9872^\circ} \text{ V}}},$$



$$\bar{Z}_b = \frac{1}{j\omega C} = \underline{\underline{-j2,5 \text{ k}\Omega}}.$$

2.5. A Thevenin helyettesítő kép felhasználásával határozza meg a kijelölt kétpólus \hat{U} feszültségének \hat{I} és áramának komplex csúcserőértékét, valamint a kétpólus felvett teljesítményét.



$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{U}_T}{\bar{Z}_b + \bar{Z}_L} = \frac{44,4889 + j3,8823}{-j2,5 + j6} = \underline{\underline{(1,1092 - j12,7111) \text{ mA}}},$$

$$\hat{U}_1 = \bar{Z}_L \hat{I}_1 = j6 \cdot (1,1092 - j12,7111) = \underline{\underline{(76,2667 + j6,6554) \text{ V}}},$$

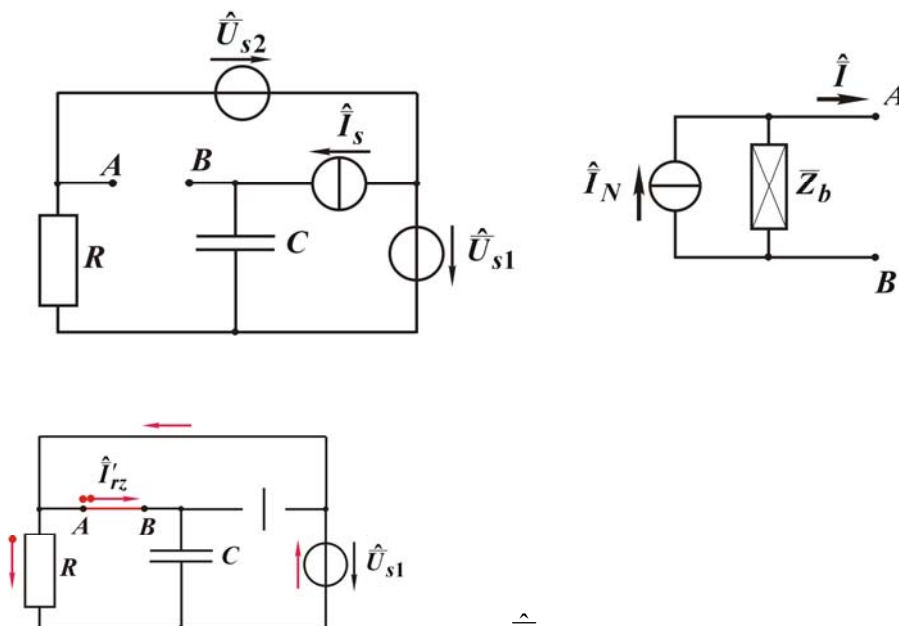
$$\bar{S} = P + jQ = \frac{1}{2} \hat{U}_1 \hat{I}_1^* = \frac{1}{2} j6 \cdot |12,7594|^2 = j488,41 \text{ mVA}, \quad \underline{\underline{Q = 488,41 \text{ mvar}}},$$

2.6. Ellenőrizze, hogy a kapott értékek megegyeznek az előző pontban számított értékekkel.

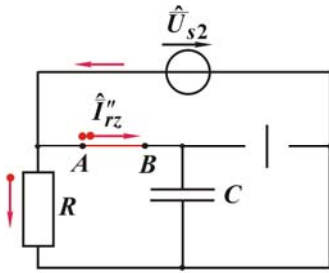
A kétféle számítással kapott eredmények azonosak

2.7. Rajzolja fel a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózatra vonatkozó Norton helyettesítő kapcsolást, és a hálózat alapján adja meg a paraméterek értékét.

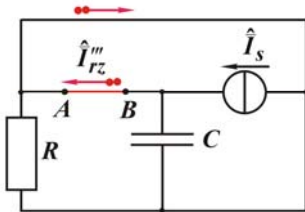
Az L tekercshez csatlakozó hálózat Norton helyettesítő képe és a helyettesítő kép paraméterei



$$\hat{I}'_{rz} = \frac{\hat{U}_{s1}}{1/j\omega C} = \frac{25}{-j2,5} = j10 \text{ mA},$$

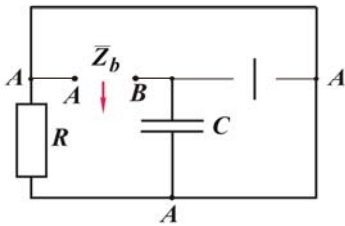


$$\hat{I}_{rz}'' = \frac{\hat{U}_{s2}}{1/j\omega C} = \frac{15e^{j15^\circ}}{-j2,5} = 6e^{j105^\circ} = (-1,5529 + j5,7956) \text{ mA},$$



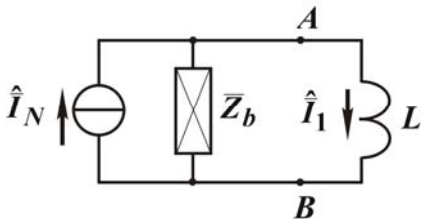
$$\hat{I}_{rz}''' = \hat{I}_s = -j2 \text{ mA},$$

$$\hat{I}_N = \hat{I}_{rz} = \hat{I}_{rz}' + \hat{I}_{rz}'' - \hat{I}_{rz}''' = (-1,5529 + j17,7956) \text{ mA} = \underline{\underline{17,8632e^{j94,9872^\circ} \text{ mA}}},$$



$$\bar{Z}_b = \frac{1}{j\omega C} = \underline{\underline{-j2,5 \text{ k}\Omega}}.$$

2.8. A Norton helyettesítő kép felhasználásával határozza meg a kijelölt kétpólus \hat{U} feszültségének és \hat{I} áramának komplex csúcértékét, valamint a kétpólus felvett teljesítményét.



$$\hat{I}_1 = \hat{I}_N \frac{\bar{Z}_b}{\bar{Z}_b + \bar{Z}_L} = (-1,5529 + j17,7956) \frac{-j2,5}{-j2,5 + j6} = \underline{\underline{(1,1092 - j12,7111) \text{ mA}}},$$

$$\hat{U}_1 = \bar{Z}_L \hat{I}_1 = j6 \cdot (1,1092 - j12,7111) = \underline{\underline{(76,2667 + j6,6554) \text{ V}}},$$

$$\bar{S} = P + jQ = \frac{1}{2} \hat{U}_1 \hat{I}_1^* = j488,41 \text{ mVA}, \quad \underline{\underline{Q = 488,41 \text{ mvar}}},$$

2.9. A Thevenin és a Norton helyettesítő képek kapcsolata alapján ellenőrizze a két helyettesítő kép helyességét, azaz határozza meg a kapott Thevenin helyettesítő kép Norton, ill. a kapott Norton helyettesítő kép Thevenin megfelelőjét.



$$\hat{I}_N = \frac{\hat{U}_T}{\bar{Z}_b} = \frac{(44,4889 + j3,8823)}{-j2,5} = (-1,5529 + j17,7956) \text{ mA},$$