



DR. GYURCSEK ISTVÁN

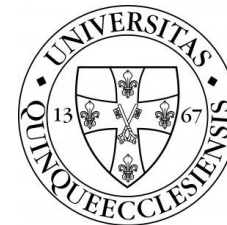
ELEKTROMÁGNESES TÉR

Számítási feladatok

Forrás és ajánlott irodalom

- ❑ *Iványi A. – Hardverek villamosságtani alapjai, Pollack Press, Pécs 2015, ISBN 978-963-7298-59-2*
- ❑ *Gyurcsek I. – Elmer Gy.: Theories in Electric Circuits, Globe Edit 2016, ISBN:9783330713413*
- ❑ *Simonyi K.: Villamosságtan. AK Budapest 1983, ISBN:9630534134*

Statikus villamos tér



EMF.01 – Egy $r_0 = 10 \text{ cm}$ sugarú gömb felületén $\sigma = 12 \frac{\text{pC}}{\text{m}^2}$ felületi töltés helyezkedik el egyenletes eloszlásban.

Mekkora a gömb villamos töltése?

Megoldás $Q = \sigma A = \sigma 4\pi r_0^2 = 4\pi \cdot 12 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2} = 1,5 \text{ pC}$

EMF.02 – Egy $l = 1,60 \text{ m}$ hosszú és $r_0 = 0,42 \text{ mm}$ sugarú rúdon $Q = 32 \text{ nC}$ töltés helyezkedik el egyenletes eloszlásban. Mekkora a rúd egységnyi hosszúságú szakaszának a töltéssűrűsége és mennyi a rúd tértöltése?

Megoldás $q = \frac{Q}{l} = \frac{32 \cdot 10^{-9}}{1,6} = 20 \frac{\text{nC}}{\text{m}}$ $\rho = \frac{Q}{r_0^2 \pi l} = \frac{32 \cdot 10^{-9}}{4,2^2 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 1,6} = 36,1 \frac{\text{mC}}{\text{m}^3}$

EMF.03 – Mekkora pontszerű villamos töltés hoz létre $E_1 = 4,3 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ nagyságú villamos térerősséget dielektrikumban a pontszerű töltéstől $r_1 = 10 \text{ cm}$ távolságban, ha a közeg permittivitása $\epsilon_r = 2,4$?

Megoldás $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r_1^2} \rightarrow Q = 4\pi\epsilon \cdot r_1^2 \cdot E_1 = 4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 2,4 \cdot 10^{-2} \cdot 4,3 \cdot 10^5 = 1,147 \mu\text{C}$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

Statikus villamos tér



EMF.04 – Mekkora Q pontszerű villamos töltés hoz létre $\epsilon_r = 2,4$ permittivitású dielektrikumban a töltéstől $r_1 = 24$ cm távolságú pontban $E_1 = 5$ kV/cm villamos térerősséget? Mekkora itt a Φ_1 villamos potenciál?

Megoldás
$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1^2} \rightarrow Q = E_1 4\pi\epsilon r_1^2 = \dots = 7,68 \mu\text{C} \quad \phi_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon r_1} = \dots = 119,897 \text{ kV}$$

EMF.05 – Mekkora nagyságú Q pontszerű villamos töltés hoz létre levegőben a tőle $r_1 = 1,2$ cm és $r_2 = 2,4$ cm távolságú pontok között $\Phi_{12} = 10$ kV potenciál különbséget?

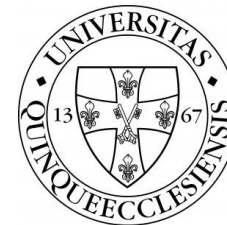
Megoldás
$$\phi_{12} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow Q = \frac{\phi_{12} \cdot 4\pi\epsilon}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \dots = 26,7 \text{ nC}$$

EMF.06 – Számolja ki, hogy mekkora a villamos térerősség az $\epsilon_r = 2$ permittivitású közegben a $Q = 3 \mu\text{C}$ pontszerű töltéstől mért $r_1 = 20$ cm távolságban!

Megoldás
$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-4}} = \dots = 3,37 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

Statikus villamos tér



EMF.07 – Határozza meg, mekkora Φ_{P_1} potenciált hoz létre az ábra szerinti két pontszerű töltés a P_1 pontban, ha az $\epsilon_r = 4$ relatív perititivitású szigetelőanyagban a nulla potenciálú helyet a P_2 pontban rögzítettük, és $Q = 2 \mu\text{C}$, $d = 32 \text{ cm}$!

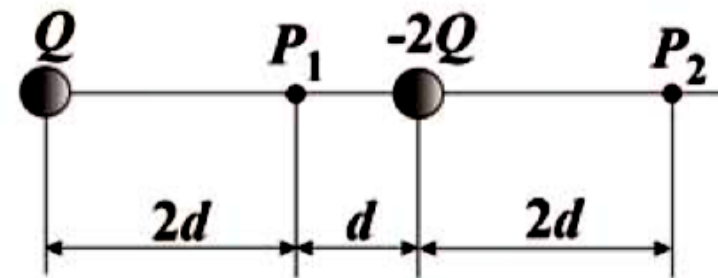
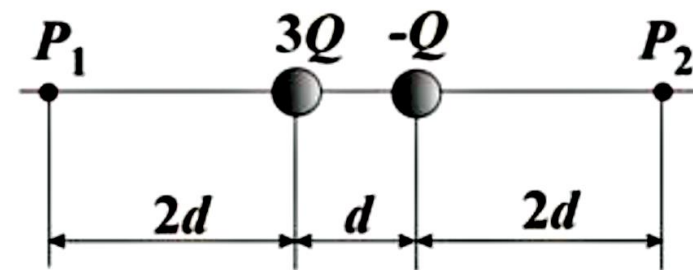
Megoldás

$$\Phi_{P_1} = \Phi_{P_1}(3Q) + \Phi_{P_1}(-Q) = \frac{3Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{2d} - \frac{1}{3d} \right) - \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{3d} - \frac{1}{2d} \right) \quad \Phi_{P_1} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon d} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) 4 = \dots = 9,375 \text{ kV}$$

EMF.08 – Határozza meg, hogy levegőben mekkora Φ_{P_1} potenciált hoz létre az ábra szerinti két pontszerű töltés a P_1 pontban, ha a nulla potenciálú helyet a P_2 pontban rögzítettük, és $Q = 1 \mu\text{C}$, $d = 20 \text{ cm}$!

Megoldás

$$\Phi_{P_1} = \Phi_{P_1}(Q) + \Phi_{P_1}(-2Q) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{2d} - \frac{1}{5d} \right) - \frac{2Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{2d} \right) = \dots = 31,47 \text{ kV}$$



$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

Statikus és villamos áramlási tér



EMF.09 – Határozza meg, hogy mekkora W elektromos energiát tárol az a légszigetelésű síkkondenzátor, amelynél az $A = 15 \text{ cm}^2$ felületű fegyverzetek távolsága $d = 5 \text{ mm}$, ha az elektródákra $U = 2 \text{ kV}$ feszültséget kapcsolunk!

Megoldás $C = \varepsilon \frac{A}{d} = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{15 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-3}} = 2,656 \text{ pF}$ $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{2,656 \cdot 10^{-12}}{2} \cdot 4 \cdot 10^6 = 5,31 \text{ } \mu\text{J}$

EMF.10 – Az $\varepsilon_r = 2,4$ relatív peritivitású közegben a Q pontszerű töltés által létrehozott villamos térerősség értéke a töltéstől $r_1 = 24 \text{ cm}$ távolságban $E_1 = 5 \text{ kV/cm}$. Mekkora a Φ_2 villamos potenciál a Q töltéstől mért 48 cm távolságban?

Megoldás $E_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r_1^2} \rightarrow Q = E_1 4\pi\varepsilon r_1^2 = \dots = 7,68 \text{ } \mu\text{C}$ $\phi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon 2r_1} = \dots = 59,948 \text{ kV}$

EMF.11 – Határozza meg a homogén szerkezetű villamos vezető σ fajlagos villamos vezetőképességét, ha annak keresztmetszete $A = 0,8 \text{ mm}^2$ és benne az $E = 100 \text{ mV/m}$ villamos térerősség határára $I = 4 \text{ A}$ áram folyik!

Megoldás $J = \sigma E \rightarrow \sigma = \frac{I}{AE} = \frac{4}{0,8 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1} = 5 \cdot 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

Stacionárius mágneses tér



EMF.12 – Mekkora I villamos áram folyik az egyenes áramvezetőben, ha az általa létrehozott mágneses tér erőssége a vezetőtől $r = 1,2$ m távolágban $H = 5$ A/m?

Megoldás $H = \frac{I}{2\pi r} \rightarrow I = 2\pi r H = 37,7$ A

EMF.13 – Levegőben levő két párhuzamos vezetőben ellentétes irányú áramok folynak. Mekkora és milyen irányú F_b erőhatás lép fel a baloldali vezető $l = 1$ m hosszú darabjában, ha a vezetékek közötti távolság $d = 15$ cm és a bal oldali vezető árama $I_b = 2$ A, a jobb oldali vezető árama pedig $I_j = 5$ A?

Megoldás *Lorenz:* $\mathbf{F} = Q \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B} \rightarrow$ *Ampere:* $F = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{I_b \cdot I_j}{d} \cdot l = 2 \cdot 10^{-7} \frac{2 \cdot 5}{0,15} \cdot 1 = 13,33 \mu N$

EMF.14 – Határozza meg, mekkora villamos áram folyik az $N = 200$ menetszámú és $L = 100$ mH önindukció együtthatójú tekercsben, ha annak menetfluxusa $\Phi = 10$ mWb (= Vs) !

Megoldás $\Psi = N \cdot \Phi = L \cdot I \rightarrow I = \frac{N \cdot \Phi}{L} = \frac{200 \cdot 10^{-2}}{0,1} = 20$ A

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

Stacionárius mágneses tér



EMF.15 – Mekkora annak a tekercsnek az L önindukciós tényezője, amelyben a rajta folyó $I = 2$ A villamos áram hatására kialakuló mágneses tér energiája $W = 200$ mJ?

Megoldás $W = \frac{1}{2}LI^2 \rightarrow L = \frac{2W}{I^2} = \frac{0,4}{4} = 100$ mH

EMF.16 – Két $\mu_{r1} = 300$ és $\mu_{r2} = 550$ relatív permeabilitású közeg közös határfelületén az 1. közegben a mágneses térerősség normális komponense $H_{1n} = 2$ mA/cm. Határozza meg, mekkora lesz a 2. közegben a mágneses térerősség normális komponense!

Megoldás $B_{1n} = B_{2n} \rightarrow \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n} \rightarrow H_{2n} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{1r}}{\mu_0 \cdot \mu_{2r}} \cdot H_{1n} = \frac{300}{550} \cdot 2 = 1,09$ $\frac{mA}{cm}$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

Kérdések

